

Intégration et Applications



Composante
École Nationale
Supérieure
d'Électrotechnique
d'Électronique
d'Informatique
d'Hydraulique
et des
Télécommunications

En bref

- **Code Ametys:** N5EN02A
- **Ouvert aux étudiants en échange:** Non

Présentation

Objectifs

- Comprendre et manipuler les notions de tribu, mesure, ensemble mesurable et fonction mesurable.
- Savoir définir et utiliser l'intégrale de Lebesgue des fonctions positives puis de signe quelconque, et en connaître les propriétés de base.
- Maîtriser les principaux théorèmes de convergence et savoir les utiliser pour justifier des passages à la limite sous le signe intégral.
- Savoir travailler dans les espaces L^p : norme, inégalités de Hölder et de Minkowski, liens entre les différents espaces.
- Être capable d'utiliser les théorèmes de Fubini-Tonelli et de changement de variables pour calculer des intégrales sur des produits.
- Connaître et savoir manipuler les principaux outils d'analyse de Fourier utiles en ingénierie (transformée de Fourier, règles de calcul, applications à la résolution d'EDO et d'EDP linéaires).
- Savoir passer de la représentation temporelle d'un signal à sa représentation fréquentielle, et réciproquement, dans les cadres continu et discret.
- Introduire les notions de convolution, filtrage, distribution de Dirac et échantillonnage de signaux, en vue d'applications ultérieures (traitement du signal et des images, télécommunications).

Description

Ce module introduit la théorie moderne de l'intégration (au sens de Lebesgue) et les espaces de fonctions L^p . Il met l'accent sur la construction des mesures, des fonctions mesurables et de l'intégrale de Lebesgue, ainsi que sur les principaux théorèmes de convergence (Beppo-Levi, Fatou, convergence dominée) et les liens avec l'intégrale de Riemann (sur segment et intégrales impropres).

Une seconde partie est consacrée aux applications en analyse de Fourier : transformée de Fourier continue et discrète (dans $L^1(\mathbb{R})$ et $L^2(\mathbb{R})$), règles de calcul, convolution et filtrage, distributions (en particulier la distribution de Dirac) et échantillonnage de signaux, avec des exemples issus de la résolution d'équations différentielles/EDP et du traitement du signal (analogique et numérique).

Pré-requis obligatoires

- Analyse réelle de base : suites et séries numériques, continuité, dérivation, intégrale de Riemann (y compris impropre) sur un segment.
- Algèbre linéaire et espaces vectoriels normés de dimension finie (norme, produit scalaire, convergence).
- La partie « Applications / analyse de Fourier » suppose acquises les notions développées en intégration (intégrale de Lebesgue, théorème de Fubini, espaces L^p).

Contrôle des connaissances

L'évaluation repose sur un examen final écrit portant sur l'ensemble du cours et des travaux dirigés.

Bibliographie

- W. Rudin, *Analyse réelle et complexe*, Masson, 1975.
- C. Villani, *Intégration et Analyse de Fourier*, cours de l'ENS Lyon, 2005–2006.
- C. Wagschal, *Dérivation, intégration*, Hermann, 2012.