

# Contrôle Optimal



**Composante**  
École Nationale  
Supérieure  
d'Électrotechnique  
d'Électronique  
d'Informatique  
d'Hydraulique  
et des  
Télécommunications

## En bref

- > **Volume horaire texte (reprise v3):** 26
- > **Code Ametys:** N8EN05B
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Non

## Présentation

---

### Objectifs

À l'issue du cours, l'étudiant devra être capable de :

- \*\*Modéliser\*\*** un système commandé et formuler, à partir d'un cahier des charges, un problème de contrôle optimal simple.
- \*\*Appliquer\*\*** les principales conditions nécessaires d'optimalité à des exemples concrets.
- \*\*Interpréter\*\*** les équations d'état et d'état adjoint associées à un problème de contrôle optimal.
- \*\*Mettre en œuvre\*\***, en Julia, des schémas d'intégration numérique et une méthode de tir indirect sur un cas d'étude.

### Description

Cette matière porte sur la modélisation et l'optimisation de systèmes dynamiques commandés. À partir d'équations différentielles ordinaires, il s'agit de choisir une commande pour atteindre une cible, respecter des contraintes tout en minimisant un coût (temps, énergie, consommation, etc.).

Le cours alterne apports théoriques et exemples concrets :

**\*\*Systèmes dynamiques contrôlés\*\*** : espace d'état, commandes admissibles, comportement du système.

**\*\*Problèmes de contrôle optimal\*\*** : différentes formulations de critère et exemples types (temps minimal, énergie minimale, problèmes linéaire-quadratiques, calcul des variations).

**\*\*Conditions nécessaires d'optimalité\*\*** : principe faible et **\*\*Principe du Maximum de Pontryagin\*\***, structure des contrôles (réguliers, bang#bang, singuliers).

**\*\*Méthodes numériques\*\*** : problèmes aux deux bouts, méthode de tir indirect, comparaison avec des approches dites directes.

Plusieurs applications sont étudiées lors de travaux pratiques en Julia, en particulier un problème de transfert orbital.

---

## Pré-requis obligatoires

- Notions de base en analyse et en équations différentielles ordinaires.
- Algèbre linéaire élémentaire.
- Bases de l'optimisation différentiable (conditions du premier ordre, avec ou sans contraintes d'égalité).
- Pratique d'un langage scientifique (Julia, Python, Matlab).

---

## Contrôle des connaissances

- **\*\*Examen final écrit\*\*** : il porte sur l'ensemble du cours et des travaux dirigés, avec des questions de modélisation, d'application du principe du maximum et de calcul guidé sur des exemples proches de ceux vus en séance.
- **\*\*TP#projet en Julia\*\*** : travail encadré autour d'un problème, par exemple un transfert orbital, comprenant la modélisation, l'écriture des équations d'état et d'état adjoint et la mise en œuvre numérique d'une méthode de tir indirect.

---

## Bibliographie

- E. Trélat, *\*Contrôle optimal : théorie et applications\**, Vuibert, 2008.
- L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskiï, R. V. Gamkrelidze & E. F. Mishchenko, *\*The Mathematical Theory of Optimal Processes\**, Interscience, 1962.